රිච්මන්ඩ් විද්‍යාලය Richmond College
Assignment for Vacation -2020
සංයුක්ත ගණිතය

නම / විභාග අංකය... 13 ශ්‍රේණිය

නම		පන්තිය	

උපදෙස්:

- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17).

A කොටස-
- ❖ සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.

  මේ ඉඩ ප්‍රමාණය පිළිතුරු ලිවීමට ප්‍රමාණවත් බවද, දීර්ඝ පිළිතුරු බලාපොරොත්තු නොවන බවද සලකන්න.

B කොටස- රචනා
- ❖ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, අමතර කඩදාසිවල ලියන්න.
- ❖ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ❖ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

A කොටස

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියළු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා, $10^{n+1} + 3.10^n + 5$ යන්න 9 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

02. $y = 2|x-1| + 4$ හා $y = 2x + |x+1|$ යන ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්ථාර එකම රූපයේ අඳින්න. එමගින් $2|x-1| + 4 = 2x + |x+1|$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

03. $\left(2x^2+\frac{k}{x^3}\right)^{10}$ ප්‍රසාරණයේ x^5 හි සංගුණකය x^{15} හි සංගුණකය ට සමාන වන පරිදි k ධන නියතයේ අගය සොයන්න.

04. z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව P ලක්ෂ්‍යයෙන් නිරූපණය වේ. $Arg(z+i)-Arg(z-i)=\frac{\pi}{4}$ වන පරිදි P ලක්ෂ්‍යයේ පථය සොයන්න. තව ද $Arg(z-1)=\frac{\pi}{3}$ වන පරිදි ද P ලක්ෂ්‍යයේ පථය සොයන්න. එනයින් එම පථ දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය සොයන්න.

05. k යනු නියතයක් නම් $x^y - y^x = k$ වන විට, $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^x \ln y - yx^{y-1}}{x^y \ln x - xy^{x-1}}$ බව පෙන්වන්න.

06. සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1}dx,$ අනුකලනය අගයන්න.

07. ABC ත්‍රිකෝණයේ A ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය $(3,-1)$ වේ. AB හා AC පාද දිගින් සමාන වන අතර ඒවායේ සමීකරණ පිළිවෙලින් $3x+4y-5=0$ හා $4x-3y-15=0$ වෙයි. BC පාදය $(1,2)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම් BC හි සමීකරණය $x-7y+13=0$ හෝ $7x+y-9=0$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

08. $x^2+y^2-4x+4y+k=0$ හා $x^2+y^2+2x+4y+1=0$ සමීකරණ මගින් වෘත්ත දෙකක් නිරූපණය වේ. එම වෘත්ත ස්පර්ශ වන පරිදි k හි අගයයන් සොයන්න. ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

09. $P\left(4at^2, 8at^3\right)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $ay^2 = x^3$ වක්‍රයට අඳිනු ලබන ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $y = 3tx - 4at^3$ බව පෙන්වන්න. ස්පර්ශකය Q හි දී වක්‍රය නැවත හමු වේ. $Q\left(at^2, -at^3\right)$ බව පෙන්වන්න.

10. $\cos^{-1}\frac{63}{65} + 2\tan^{-1}\frac{1}{5} = \sin^{-1}\frac{3}{5}$ බව පෙන්වන්න.

B කොටස

11.

i. $a>b>c$ නම් ද p,q,r යනු p,r යන දෙකෙන් යටත් පිරිසෙයින් එකක ලකුණ වත් q ට ඇති වන සේද $p+q+r=0$ වන සේද වූ සංඛ්‍යා තුනක් නම්,
$p(x-b)(x-c)+q(x-c)(x-a)+r(x-a)(x-b)=0$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.

ii. $f(x)=2x^4-x^3-11x^2+px-3$ යැයි ගනිමු. $x+1$න් හරියටම $f(x)$ බෙදෙයි නම්, p හි අගය සොයන්න. p හි මෙම අගය සඳහා $f(x)$ හරියටම $(x+1)^2$ මගින් බෙදෙන බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් $f(x)$ හි සියලු සාධක සොයන්න. එමගින් $3x^4-px^3+11x^2+x-2=0$ වන x හි අගයන් සොයන්න.

12.

i. $u_r=\dfrac{r+4}{r(r+1)(r+2)}$ නම් $u_r=2v_r-v_{r+1}$ වන ලෙස k නියතය සොයන්න. මෙහි $v_r=\dfrac{k}{r(r+1)}$ වේ. ඒ නයින් $\sum_{r=1}^{n}\dfrac{u_r}{2^{r+1}}$ සොයන්න. අභිසාරී වේ ද? තහවුරු කරන්න.

ii. ශිෂ්‍යයෙකුට විභාගයක දී ප්‍රශ්න 13 කින් ප්‍රශ්න 10 කට පිළිතුරු ලිවීමට සිදුවේ.

a. කිසිම විශේෂයක් නොමැතිව ප්‍රශ්න තෝරා ගත හැකි ආකාර කීය ද?
b. පළමු ප්‍රශ්න දෙකට පිළිතුරු ලිවීම අනිවාර්යය වේ නම් තෝරා ගත හැකි ආකාර කීය ද?
c. පළමු ප්‍රශ්නය හෝ දෙවන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු ලිවීම අනිවාර්යය වේ නම් තෝරා ගත හැකි ආකාර කීය ද?
d. පළමු ප්‍රශ්න පහෙන් තුනකට පිළිතුරු ලියයි නම් තෝරා ගත හැකි ආකාර කීය ද?
e. පළමු ප්‍රශ්න පහෙන් අවම වශයෙන් තුනකට පිළිතුරු ලියයි නම් තෝරා ගත හැකි ආකාර කීය ද?

13.

i. $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ වේ. A යනු දෙවන ගණයේ න්‍යාසයකි. $AB=B^{-1}$ හා $kA-2B^{-1}+I=O\ (k\in\mathbb{R})$ බව දී ඇත. මෙහි I යනු දෙවන ගණයේ ඒකක න්‍යාසය වන අතර O යනු දෙවන ගණයේ ශුන්‍ය න්‍යාසය වේ. $kI=2B-B^2$ බව හා $k=-2$ බව පෙන්වන්න. එ නයින් A^{-1} අපෝහනය කරන්න.

ii. ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා ද මුවාවර් ප්‍රමේයය ලියා දක්වන්න. n නිඛිලයක් සඳහා $z=\cos(6n+1)\dfrac{\pi}{9}+i\sin(6n+1)\dfrac{\pi}{9}$ වේ නම් $z^3=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ බව හා $\overline{z}^3=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\overline{z}$ යනු z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය වේ. $z^6-8z^3+64=0$ සමීකරණයේ ප්‍රභින්න මූල 6 නිර්ණය කරන්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $x^6-8x^3+64=0$ ප්‍රකාශනය $x^3-ax\cos\theta+b$ ආකාරයේ වර්ගජ සාධක දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

14.

i. $f(x)=x^4-6x^2+8x-3$ ශ්‍රිතය සලකන්න. එම ශ්‍රිතයේ අවතලතාව පරීක්ෂා කරන්න. උපරිම, අවම හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය පැහැදිලිව දක්වමින් ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ii. විශාල තටාකයක සිටින මිනිසෙකුට $d\text{m}$ කෙටිම දුරකින් තටාකයේ ඉවුරේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යය A වේ. A සිට ඉවුර දිගේ ඔහුගේ බිරිඳ සිටින ස්ථානයකට දුර $l\text{m}$ වේ. මිනිසාට $u\text{m/s}$ වේගයෙන් තටාකයේ පිහිනිය හැකි අතර $v\text{m/s}$ වේගයෙන් ඇවිදිය හැක. කෙටිම කාලයක් තුළ දී බිරිඳ සිටින ස්ථානයට යාමට නම් ඔහු ඉවුරට ළඟා විය යුතු ලක්ෂ්‍යයට A සිට දුර සොයන්න.

15.

i. $\int_0^a f(x)dx=\int_0^a f(a-x)dx$ බව සාධනය කරන්න. එ නයින් $\int_0^{\pi/2}\frac{\sin^3 x}{\sin x+\cos x}dx$ අනුකලනය කරන්න.

ii. $\int_0^{1/2}\frac{3+x^3}{(1-x)(x+1)^2}dx=\ln\left(\frac{9}{2}\right)-\frac{1}{6}$ බව පෙන්වන්න.

iii. $y=x^2+1$ වක්‍රය y අක්ෂය වටා භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන ඝණ වස්තුව සලකන්න. එය x අක්ෂයට සමාන්තර වන පරිදි $y=2$ සහ $y=5$ හි දී අඳිනු ලබන තල දෙකකින් මායිම් වන ජින්නකයේ පරිමාව ගණනය කරන්න.

16.

i. $ABCD$ රොම්භසයක විකර්ණ $\left(\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)$ හි දී ඡේදනය වේ. BD විකර්ණය $x+y-3=0$ මත වේ. AB ට සමාන්තර AB සිට ඒකක 1ක් දුරින් පිටතින් පිහිටි රේඛාවේ සමීකරණය $4x-3y=0$ වේ. රොම්භසයේ ශීර්ෂ වල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ii. $x^2+y^2=4$ වෘත්තයේත් $x+y=1$ සරල රේඛාවේත් ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන විචල්‍යය වෘත්තයක් $x^2+y^2-2x-1=0$ වෘත්තය සහ P හි Q දී ඡේදනය කරයි. PQ රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වා එම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය $2x^2+2y^2-5x+y+3=4$ වක්‍රය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

17.

i. සයින් සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න. ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා,

a) $a(\cos C-\cos B)=2(b-c)\cos^2\left(\frac{A}{2}\right)$ බව ද

b) $2\left(a\sin^2\left(\frac{C}{2}\right)+c\sin^2\left(\frac{A}{2}\right)\right)=a+b-c$ බව ද පෙන්වන්න.

ii. $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ සඳහා $f(x)=\frac{2\left(1+\sqrt{3}\tan x\right)}{1+\tan^2 x}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න $A\sin(2x+\alpha)+B$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $A(>0), B$ හා $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ. $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$ සඳහා $y=f(x)$ හි දළ සටහනක් අඳින්න.