

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - පළමු වාර පරීක්ෂණය - 2019 නොවැම්බර්  
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர) ப் பீட்சை - இரண்டாம் தவணைப் பரீட்சை - 2019 நவம்பர்  
General Certificate of Education (Adv. Level) - First Term Test - 2019 November

සංයුක්ත ගණිතය  
தேர்ச்சித்த கணிதம்  
Combined Maths

12 ශ්‍රේණිය

කාලය : පය 3  
காலம் : 3 மணி  
Time : 3 Hours

අමතර කියවීමේ කාලය - මිනිත්තු 10 යි  
கனொத்த கவசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்  
Additional Reading Time - 10 minutes

උපදෙස්:

- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.  
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ❖ A කොටස :  
සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.  
විච්චුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ❖ B කොටස :  
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ❖ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාවේ පවතින භාර දෙන්න.
- ❖ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට අවසර ඇත.
- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ  $g$  මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි. ( $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ )

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ:	



- 03)  $f(x) = ax^3 - x^2 + bx + 1$  ලෙස ගනිමු. මෙහි  $a$  හා  $b$  නියත වේ.  $f(x)$  හි  $(2x - 1)$  සාධකයක් බවත්,  $f(x), (x - 2)$  න් බෙදූ විට ශේෂය 9 ක් බවත් දී තිබේ.
- i)  $a$  හා  $b$  හි අගයන් සොයන්න.
  - ii)  $f(x)$  ඒකජ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 04)  $a, b, c$  අසමාන තාත්කවික සංඛ්‍යාවන් ද  $x, y \in \mathbb{R}^+$  ද වේ.  $\frac{\log x}{b - c} = \frac{\log y}{c - a} = \frac{\log z}{a - b}$  නම්  $x^{b+c} y^{c+a} z^{a+b} = 1$  බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 05)  $A \equiv (3,4)$   $B \equiv (-4,3)$   $C \equiv (-3,-4)$   $D \equiv (4,-3)$  වේ.  $AB, BC, CD, DA$  සහ  $AC$  හා  $BD$  පාද වල දිග සොයන්න. එනමින් ABCD රූපයේ හැඩය තීරණය කරන්න. ABCD රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 06) (a)  $\cot^2 \theta \frac{(\sec \theta - 1)}{(1 + \sin \theta)} + \sec^2 \theta \frac{(\sin \theta - 1)}{(1 + \sec \theta)} = 0$
- (b)  $\frac{\tan \alpha + \cot \beta}{\cot \alpha + \tan \beta} = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta}$  බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

07) සුපුරුදු අංකනයෙන්  $O$  අවල මූලයක් අනුබද්ධව  $P$  හා  $Q$  ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්  $-4i - 2j$  හා  $-6i + 2j$  වේ.  $\widehat{POR} = \widehat{POS} = \frac{\pi}{2}$  සහ  $OR = OS = \frac{2}{3}PQ$  වන පරිදි  $R$  හා  $S$  ප්‍රමිත ලක්ෂ්‍ය දෙකේ පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08)  $ABCD$  චතුරස්‍රයකි.  $AB, CD$  හා  $LM$  පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින්  $L, M$  හා  $N$  වේ.  
 (a)  $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} = 2\overrightarrow{NL}$  (b)  $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = 2\overrightarrow{NM}$  බව සාධනය කරන්න.  
 $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \mathbf{o}$  බව අපෝහනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09) ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන  $P$  හා  $2P$  බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්ත බලය  $P$  බලයට ලම්බක වේ.  $P$  හා  $2P$  බල දෙක අතර කෝණයන් සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වයන් සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10) විශාලත්වයන්  $2, 3$  හා  $4N$  වූ බල පිළිවෙලින් ලක්ෂ්‍යයක් මත ක්‍රියාකරන්නේ  $ABC$  සමපාද ත්‍රිකෝණයක  $AB, AC$  හා  $BC$  පාදවලට සමාන්තර වන පරිදිය. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**සංයුක්ත ගණිතය 12 - I (B කොටස)**

ප්‍රශ්න හතෙන් පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11) a) පහත සර්වසාම්‍ය සාධනය කරන්න.

i.  $\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta \equiv \sin 2\theta (1 + 2 \cos \theta)$

ii.  $1 + 2 \cos 2A + \cos 4A \equiv 4 \cos^2 A \cos 2A$

iii.  $\frac{\sin A + \sin 3A + \sin 5A}{\cos A + \cos 3A + \cos 5A} \equiv \tan 3A$

b)  $\sin(\theta - \alpha) = k \sin(\theta + \alpha)$  නම්,

$\tan \theta$ ,  $\alpha$  හා  $k$  පදවලින් සොයන්න.

එනමින්,  $k = \frac{1}{2}$  හා  $\alpha = \frac{5\pi}{6}$  විට  $\theta \in (0, 2\pi)$  තුළ  $\theta$  සොයන්න.

c)  $\sin \theta + \sin 3\theta = \cos \theta + \cos 3\theta$  සමීකරණය  $\theta \in (0, 2\pi)$  සඳහා විමසන්න.

12) a)  $A$  සුළු කෝණයක් හා  $B$  මහා කෝණයක්  $\cos A = \frac{1}{2}$  හා  $\sin B = \frac{1}{3}$  වන පරිදි අර්ථ දැක්වේ. ගණිත වගු භාවිතා නොකර  $\tan(A+B)$  හි අගය සොයන්න.

b)  $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$  භාවිතයෙන්  $\tan \theta = t$  විට,  $\tan 4\theta = \frac{4t - 4t^3}{1 - 6t^2 + t^4}$  බව පෙන්වන්න.

c)  $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  භාවිතයෙන්,  
 $\cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$  හා  $\sin \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$  බව පෙන්වන්න.

එනමින්,  $\sin \frac{7\pi}{8}$  හා  $\cos \frac{7\pi}{8}$  සඳහා අගයන් අපෝහනය කරන්න.

13) a)  $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta \equiv \cot \frac{\theta}{2}$   
 $\theta \neq (2r+1)\frac{\pi}{2}, r \in \mathbb{Z}$  බව පෙන්වන්න.

ගණිත වගු භාවිතා නොකරමින්  $\operatorname{cosec} \frac{4\pi}{15} + \operatorname{cosec} \frac{8\pi}{15} + \operatorname{cosec} \frac{16\pi}{15} + \operatorname{cosec} \frac{32\pi}{15} = 0$  බව පෙන්වන්න.

b)  $A+B+C = \pi$  නම්,  $\cos \frac{A}{2} + \cos \frac{B}{2} + \cos \frac{C}{2} = 4 \cos \frac{(B+C)}{4} \cos \frac{(A+C)}{4} \cos \frac{(A+B)}{4}$  බව පෙන්වන්න.

b)  $\frac{3 + \cos^2 \theta}{\sin \theta - 2} = 3 \sin \theta$  සමීකරණයේ විසඳුම  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  ප්‍රන්තරය සඳහා සොයන්න.

14) a) (i) 0.7150150... භාග සංඛ්‍යාවක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii)  $\frac{95}{945}$  දශමය ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

b) (i)  $2^x + 3^y = 43$   
 $2^{x+2} + 3^{y+2} = 307$  සමීකරණ විසඳන්න.

(ii)  $\log_2 3 \log_3 4 \log_4 5 \log_5 6 \log_6 7 \log_7 8$  හි අගය සොයන්න.

(ii)  $\frac{7x-10}{(3x-4)(x-1)^2}$  හි හින්න භාග සොයන්න.

15) a)  $F(x) = \lambda x^3 + \mu x^2 - 2x - 12$  යැයි ගනිමු.  $F(x), (x-2)$  න් බෙදූ විට, ශේෂය 8 බවත්,  $(x+2), F(x)$  හි සාධකයක් බවත් දී තිබේ.  $\lambda$  හා  $\mu$  අගයන් සොයන්න.

$\lambda$  හා  $\mu$  හි මෙම අගයන් ගන්නා විට  $F(x), (x^2 - 4)$  න් බෙදූ විට ශේෂය,  $A(x-2) + B(x+2)$  ආකාරයේ වේ.  $A$  හා  $B$  නියත සොයන්න.

b)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} \leq \frac{1}{x+1}$  අසමානතාව විසඳන්න.

c) එකම සටහනක  $y = f(x) = x + 2|x - 1|$  හා  $y = g(x) = 1 + 2x$  ග්‍රිතවල ප්‍රස්ථාර අඳින්න. එනමින් හෝ අන් අයුරකින්  $2|x - 1| \leq 1 + x$  අසමානතාව තෘප්ත කරන  $x$  හි අගය කුලකය සොයන්න.

16) a) සුපුරුදු අංකනයෙන්  $O$  අවල මූල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධව  $A, B$  හා  $C$  ලක්ෂ්‍ය තුනේ පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්  $3i + 4j, 5i + 12j$  හා  $4i + 3j$  වේ.

$D$  ලක්ෂ්‍ය  $AB$  රේඛාව මත  $\frac{AD}{DB} = \lambda$  වන සේ පිහිටයි.

$$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{\lambda+1} \{ (5\lambda+3)i + (12\lambda+4)j \}$$

$$\overrightarrow{CD} = \frac{1}{\lambda+1} \{ (\lambda-1)i + (9\lambda+1)j \}$$
 බව පෙන්වන්න.

$\angle OCD = \frac{\pi}{2}$  වන සේ  $\lambda$  සොයන්න.  $\overrightarrow{OD}$  අපෝහනය කරන්න.

b)  $OAB$  ත්‍රිකෝණයකි.  $D$  ලක්ෂ්‍ය  $AB$  මත  $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{1}$  වන සේ පිහිටයි.  $F$  ලක්ෂ්‍ය  $OA$  මත  $\frac{OF}{OA} = \frac{2}{3}$  වන සේ පිහිටයි.  $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}(a+2b)$  හා  $\overrightarrow{OF} = \frac{2}{3}a$  බව පෙන්වන්න.

$OD$  හා  $BF$  රේඛා  $E$  ලක්ෂ්‍යයේ දී ඡේදනය වේ.

$\overrightarrow{OE} = \mu(a+2b) = b + \lambda(2a-3b)$  ආකාරවලට ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි  $\lambda$  හා  $\mu$  අදිග වේ. ඒනමින්,  $\lambda$  හා  $\mu$  හි අගයන් සොයන්න.

$$\overrightarrow{OE} = \frac{2}{7}a + \frac{4}{7}b$$
 බව අපෝහනය කරන්න.

17) a)  $ABCDEF$  සවිධි ෂඩාස්‍රයක්.  $A$  ලක්ෂ්‍යයේ ක්‍රියා කරන විශාලත්ව  $2, 4\sqrt{3}, 8, 2\sqrt{3}$  හා  $8N$  වූ බල පිළිවෙලින්  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$  හා  $\overrightarrow{AF}$  ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වයන්, එහි දිශාව  $AB$  සමඟ සාදන කෝණයන් සොයන්න.

b)  $30, 27, 12$  හා  $3N$  විශාලත්වය ඇති බල  $O$  ලක්ෂ්‍යයේ දී පිළිවෙලින් උතුර, නැගෙනහිර, දකුණ හා බස්නාහිර දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වයන්, එය උතුරු දිශාව සමඟ සාදන කෝණයන් සොයන්න. වයඹ දිශාවට ක්‍රියා කරන විශාලත්වය  $6\sqrt{2} N$  වූ බලයක්  $O$  හිදී පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබූ විට නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වයන්, එහි දිශාව උතුරු දිශාව සමඟ සාදන කෝණයන් සොයන්න.

c)  $ABC$  සමපාද ත්‍රිකෝණයේ මධ්‍යස්ථ,  $G$  ලක්ෂ්‍යයේ දී ඡේදනය වේ. විශාලත්වය  $P, P$  හා  $2P$  වූ බල පිළිවෙලින්  $\overrightarrow{GB}, \overrightarrow{GC}$  හා  $\overrightarrow{GA}$  ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.