

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Department of Education, Southern Province

10 S I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - පළමු වාර පරීක්ෂණය - 2019 නොවැම්බර්
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர) ப் பீட்சை - இரண்டாம் தவணைப் பரீட்சை - 2019 நவம்பர்
General Certificate of Education (Adv. Level) - First Term Test - 2019 November

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Maths I

0278

13 ශ්‍රේණිය

කාලය : පැය 3
காலம் : 3 மணி
Time : 3 Hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

උපදෙස්:

- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ❖ A කොටස :
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ❖ B කොටස :
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ❖ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ❖ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ:	

සංයුක්ත ගණිතය 13 - I(A කොටස)

01. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ යනු $f(x) = 4x^3 - 4$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිතය ලෙස ගනිමු. f ශ්‍රිතය එකට එක හා මතට බව පෙන්වා f^{-1} සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

02. පහත සමගාමී සමීකරණ x හා y සඳහා විසඳන්න. $81^y = 3^{2(2x-18)}$ සහ $\log_5(x+y) = 1 + \log_3(x-y)$. (ඉඟිය: පළමු සමීකරණයෙන් x හා y අතර සම්බන්ධතාවයක් ලබා ගන්න.)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

03. එකම සටහනේ $y = f(x) = 3 - 2|x - 2|$ සහ $y = g(x) = |2x - 5|$ ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්ථාර අඳින්න. ඒනගින් හෝ අන් අයුරකින් $|2x - 5| + 2|x - 2| \geq 3$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි සියළු තත්වික අගයන් සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

04. $2x^2 + 8x + 9 = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා β ලෙස ගනිමු. මූල $(\alpha^2 + 1)$ සහ $(\beta^2 + 1)$ වන නිඛිලමය සංගුණක සහිත වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

05. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 - \sqrt{3} \cos x - \sin x}{(6x - \pi)^2}$ අගයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06. $y = \sqrt{\frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x}}$ නම් $\frac{dy}{dx} = \mp \sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ වේ.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

07. $\int \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}} dx$ සොයන්න. එනමින්, $\frac{d}{dx} \ln |\cos x| = -\tan x$ බව අපේක්ෂනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08. $y = 4x + 2$, $y + 3x = 6$ සහ $x = 0$ රේඛාවලින් සෑදෙන ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09. $\tan^3 x - 3 \tan x = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. $y = \cos^2 \theta + \sin^4 \theta$ නම් $y = \frac{7}{8} + \frac{1}{8} \cos 4\theta$ බව පෙන්වන්න. ඒනගින් y හි වැඩිතම හා අඩුතම අගයන් සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

සංයුක්ත ගණිතය 13 - I B කොටස

❖ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. a. $f(x), g(x)$ හි $h(x), x$ හි වර්ග ප්‍රකාශන තුනක් වේ. එනම්,
 $f(x) = -x^2 + x - 1$; $g(x) = 4x^2 + (\lambda - 3)x + 4$
 $h(x) = 2x^2 - (\lambda + 3)x + 2$ ආකාරයට දෙනු ලැබේ. මෙහි λ තාත්වික සංඛ්‍යාවකි.
 i. x හි සියළු තාත්වික අගයනට $f(x) < 0$ බවත්,
 ii. $-5 < \lambda < 11$ නම් x හි සියළු තාත්වික අගයනට $g(x) > 0$ බවත්, පෙන්වන්න.
 තවද $-7 < \lambda < 1$ විට x හි සියළු තාත්වික අගයනට $h(x) > 0$ බව දී තිබේ.
 iii. $-5 < \lambda < 1$ නම්, $-3 < \frac{x^2 + \lambda x + 1}{-x^2 + x - 1} < 3$ බව පෙන්වන්න.
- b. $f(x) \equiv x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2x + 3$ යැයි ගනිමු.
 $f(x), (x+2)^2(x+3)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $\lambda(x+2)^2 + \mu(x+2) + \gamma$ ආකාරයේ බව දී තිබේ.
 මෙහි λ, γ හා μ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ. මෙම අවස්ථාවට අදාළ බෙදීම් ඇල්ගොරිතමය ලියන්න.
 ඒනයිත් λ, μ හා γ නියත සොයන්න.
12. a. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + lx - 6$ ලෙස ගනිමු. $(x+3), f(x)$ හි සාධකයක් බව දී තිබේ. l හි අගය සොයන්න. $f(x), (x+3)(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.
- b. $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික බව දී ඇත. $2a^2x^2 + 2abx + (a^2 - 2ac) = 0$ සමීකරණයේ මූල අතාත්වික හෝ තාත්වික සමපාත බව පෙන්වන්න.
- c. $ax^2 + bx + c = 0$ හා $bx^2 + cx + a = 0$ සමීකරණ වලට පොදු මූලයක් ඇති බව දී තිබේ. පොදු මූලය $\frac{a^2 - bc}{b^2 - ac}$ බව පෙන්වන්න.
 $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ ඉතිරි මූලය $a^2bx^2 + (2b^2 - ac)ax + a^3 + b^3 - abc = 0$ සමීකරණයේ ද, මූලයක් බව පෙන්වන්න.
13. a. $y = \frac{x-1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$ හි ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.
- b. C තල චක්‍රයක පරාමිතික සමීකරණ $x = \cos \theta - \cos 2\theta$ හා $y = \sin \theta - \sin 2\theta$ ලෙස දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}$ සොයන්න. ඒනයිත් $\theta = \frac{\pi}{2}$ විට, C චක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.
- c. $y = \sin(2 \sin^{-1} x)$ නම්, $(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 4y = 0$ බව පෙන්වන්න.
14. a. $y = f(x) = \frac{3x-x^2}{(x-2)^2}$, $x \neq 2$, $x \in \mathbb{R}$ ලෙස ගනිමු.
 $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x) = \frac{x-6}{(x-2)^3}$, $x \neq 2$ බව පෙන්වන්න.
 $f''(x) = \frac{2(8-x)}{(x-2)^4}$ යැයි දී තිබේ.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය, y - අන්තඃකේන්ද්‍රය හා නිවර්තන ලක්ෂ්‍යය පැහැදිලිව දක්වමින් $y = f(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $x^2 - 3x + (x - 2)^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සංඛ්‍යාව සොයන්න.

b. සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩාරාකාර භාජනයකට ඒකක 1000ක පරිමාවක් තිබෙන සේ නිපදවා තිබේ. භාජනයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය නිපදවීමට තහඩුවල අපතේ යෑමක් සිදු නොවන නමුත්, භාජනයේ පතුල හා පියන නිපදවීමට සමවතුරුසාර තහඩු කොටසක් භාවිතා කරන විට සමවතුරුසුයේ ශීර්ෂ අසලින් අපතේ යෑමක් සිදුවේ.

භාජනය නිපදවීමට අවශ්‍ය තහඩුවල වර්ගඵලය A හා භාජනයේ අරය r වේ. $A = \left(\frac{2000}{r} + 8r^2\right)$ වර්ග ඒකක බව පෙන්වන්න. වඩා ලාභදායී නිපැයුමේ මිනුම් සොයන්න.

15. a. $\int \frac{\sin^2 x}{(1 + \cos x)^2} dx$ සොයන්න.

b. $t = 1 - \cos x$ ආදේශයෙන් $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{(1 - \cos x)^{5/2}} dx$ සොයන්න.

c. $F(x)$ යනු $F'(-x) = F(x)$ වන පරිදි වූ ශ්‍රිතයකි.

$$\int_{-a}^a F(x) dx = 2 \int_0^a F(x) dx \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

එනමින්, $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx = \frac{3\pi}{8}$ බව පෙන්වන්න.

16. $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම P ලක්ෂ්‍යයක බණ්ඩාංක $(x_0 + bt, y_0 - at)$ ආකාරයට ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t පරාමිතියකි.

ABC ත්‍රිකෝණයේ $A \equiv (2, 3), B \equiv (1, -4)$ බව සහ C ලක්ෂ්‍යය $x + 2(y + 1) = 0$ රේඛාව රේඛාව මත පිහිටන බවත් දී තිබේ. $\angle C = \frac{\pi}{2}$ වන සේ C ලක්ෂ්‍යයට පිහිටීම දෙකක් තිබෙන බව පෙන්වන්න. එම පිහිටීම් සඳහා අනුරූප C ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක සොයන්න.

ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වන පරිදි ඉහත C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටීම් වලින් එකක් පමණක් තිබෙන බව පෙන්වන්න. $ACBD$ සමචතුරස්‍රයක් වන පරිදි D ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

17. a. (i) $\cos n\theta \equiv 2 \cos \theta \cos(n-1)\theta - \cos(n-2)\theta$ බව පෙන්වන්න. ඒනමින්, $\cos 4\theta$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් $\cos \theta$ පදවලින් ලබාගන්න.

(ii) $\cot \alpha \cot \beta = k$ නම් $(k+1) \cos(\alpha + \beta) = (k-1) \cos(\alpha - \beta)$ බව පෙන්වන්න. එනමින්, $\cot \theta \cot\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{3}$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

b. සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

$$\frac{a+b}{b+c} = 2 \text{ නම්, } \sin(A+B) = \frac{1}{2} [\sin A - \sin B] \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

c. $\tan^{-1} \frac{1}{9} + \tan^{-1} \frac{4}{5} = \frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.
